c) Calculer $f(1)$. En déduire le signe de f .

4. a) Ecrire une équation cartésienne de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse *e.*

b) Tracer $\mathscr{C}$

EXERCICE N°3 — 6 points — 35'

A) On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$.

1. Montrer que pour $x>0$ on a : $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$.

2. Dresser le tableau de variation de g .

3. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet, dans $]0,+\infty[$, une solution unique α et vérifier que $0.5<\alpha<0.6$.

4. Donner alors signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$.

B) On considère la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) \text{ si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 2 cm)

1. a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$ (on pourra poser $t=\frac{1}{x^2}$) .

b) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2. a) Montrer que f est continue à droite en 0 .

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 .

3. a) Montrer que : $\forall x>0; f'(x)=g(x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

4. a) Montrer que $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$

b) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ (on prendra $\alpha\approx0.5$ et $f(\alpha)\approx0.8$).

5. Montrer que la fonction F définie par : $F(x)=\frac{x^2}{2}\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)+\ln\left(\sqrt{1+x^2}\right)$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}_+^*$.

EXERCICE N°4 — 7 points — 40'

Partie A

Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ et sa courbe $\mathscr{C}_g$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisses α et admet une branche parabolique de direction $(O;\vec{j})$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com